INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015
CLASA A IX-A
PROFIL ŞTIINȚE ALE NATURII

1. **a)** Rezolvați în R ecuația: $[x-1]+\left[x-\frac{1}{2}\right]=\frac{5x-2}{3}$.

b) Demonstrați că pentru $\forall x\in[1,3], y\in[2,5]$

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(3-x)^2+(5-y)^2}\geq\frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

2. Povestea şahului. Regele Persiei a vrut să recompenseze pe cel care a inventat şahul. Acesta din urmă i-a cerut regelui să pună pe primul pătrat un bob de grâu, pe al doilea pătrat două boabe de grâu, pe al treilea pătrat patru boabe şi aşa mai departe, până ajunge la cel de-al şaizeci şi patrulea pătrat.

a) Dacă notăm cu G_n numărul boabelor de grâu de pe pătratul n, arătați că numerele $G_1, G_2, ..., G_{64}$ sunt în progresie geometrică.

b) Câte boabe vor corespunde întregii table de şah?

c) Dacă 1024 de boabe de grâu cântăresc 100 de grame, care este masa tuturor boabelor de grâu de pe întreaga tablă de şah?

* * *

3. Fie ABC un triunghi oarecare, $M\in(AB), N\in(BC), P\in(CA)$ astfel încât $\frac{AM}{AB}=\alpha, \frac{BN}{BC}=\beta, \frac{CP}{CA}=\gamma$. Fie $G, G', G_1, G_2, G_3,$ centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, MNP, AMP, BMN, respectiv CPN.

a) Să se arate că $\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{BC}+\gamma\overrightarrow{CA}=3\overrightarrow{GG'}$.

b) Triunghiul ABC şi $G_1G_2G_3$ au acelaşi centru de greutate $\Leftrightarrow \alpha=\beta=\gamma$.

* * *

4. Se consideră o mulțime M de numere reale cu proprietățile:

a) $1\in M$.

b) Dacă $x\in M$ şi $(x+2y)\in M$, atunci $y\in M$.

Să se arate că $\frac{1}{2^n}\in M, \forall n\in N$.

Gazeta 12/2014

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii .
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.
Timp de lucru trei ore.

Subiectele au fost propuse de *prof.Boicescu Nazeli, Covaci Daniela, Murea Roxandra*

Succes!